$(\Delta' = \left(-\sqrt{3}\right)^2 - 4 = -1 = (i)^2)$

$\Leftrightarrow z = 2i$ ou $z = \sqrt{3} - i$ ou $z = \sqrt{3} + i$

Conclusion : $S_{\mathbb{C}}^{(E)} = \{2i\ ;\ \sqrt{3} - i\ ,\ \sqrt{3} + i\}$

c- $\cdot\sqrt{3} + i = 2(\frac{\sqrt{3}}{2} + i\frac{1}{2}) = 2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right) = 2e^{i\frac{\pi}{6}}$.

$\cdot\sqrt{3} - i = \overline{\sqrt{3} + i} = 2e^{-i\frac{\pi}{6}}$. $\cdot 2i = 2e^{i\frac{\pi}{2}}$.

2/a- $(ze^{-i\theta})$ est solution de (E)

$\Leftrightarrow z^3e^{-i3\theta} - 2\left(\sqrt{3} + i\right)z^2e^{-2i\theta} + 4\left(1 + i\sqrt{3}\right)ze^{-i\theta} - 8i = 0$

$\Leftrightarrow e^{-i3\theta}\left[z^3 - 2e^{i\theta}\left(\sqrt{3} + i\right)z^2 + 4e^{2i\theta}\left(1 + i\sqrt{3}\right)z - 8ie^{3i\theta}\right] = 0$

$\Leftrightarrow z^3 - 2e^{i\theta}\left(\sqrt{3} + i\right)z^2 + 4e^{2i\theta}\left(1 + i\sqrt{3}\right)z - 8ie^{3i\theta} = 0$

$\Leftrightarrow z$ est solution de (E_θ).

b- D'après la question précédente, on peut dire que :

z est solution de $(E_\pi) \Leftrightarrow (z\ \underbrace{e^{-i\pi}}_{-1}\ )$ est solution de (E)

$\Leftrightarrow -z = 2i$ ou $-z = \sqrt{3} + i$ ou $-z = \sqrt{3} - i$

(car $2i$, $\sqrt{3} + i$, et $\sqrt{3} - i$ sont les solutions de (E))

$\Leftrightarrow z = -2i$ ou $z = -(\sqrt{3} + i)$ ou $z = -\left(\sqrt{3} - i\right)$

Conclusion : $S_{\mathbb{C}}^{(E_\pi)} = \{-2i\ ;-(\sqrt{3} + i)\ ,\ -\left(\sqrt{3} - i\right)\}$

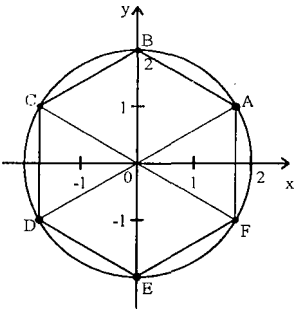
3/ Les solutions des équations (E) et (E_π) sont : $2i$, $\sqrt{3} + i$, $\sqrt{3} - i$, $-2i$, $-(\sqrt{3} + i)$ et $-\left(\sqrt{3} - i\right)$. J'appelle A, B, C, D, E et F les points du plan d'affixes respectives $\sqrt{3} + i$, $2i$, $-\left(\sqrt{3} - i\right)$, $-(\sqrt{3} + i)$, $-2i$ et $\sqrt{3} - i$.

Explication de la construction de A :

$\text{aff}(A) = 2e^{i\frac{\pi}{6}}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} |\text{aff}(A)| = 2 \\ \arg(\text{aff}(A)) \equiv \frac{\pi}{6}[2\pi] \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} OA = 2 \\ \widehat{\left(\vec{u}, \overrightarrow{OA}\right)} \equiv \frac{\pi}{6}[2\pi] \end{cases}$



$\Leftrightarrow \begin{cases} A \in \zeta_{(O,2)} \text{ (cercle de centre O et de rayon 2)} \\ A \in [Ot_1)\backslash\{O\} \text{ tel que } \widehat{\left(\vec{u}, \overrightarrow{Ot_1}\right)} \equiv \frac{\pi}{6}[2\pi] \end{cases}$

$\Leftrightarrow A \in [\zeta_{(O,2)} \cap [Ot_1)\backslash\{O\}]$

• Les autre points leurs construction s'explique de la même manière